

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Рубцовский институт (филиал) федерального государственного  
бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального  
образования «Алтайский государственный университет»**



**УТВЕРЖДАЮ**

Директор Рубцовского  
института (филиала) АлтГУ

М.П.

25 мая 2016 г.

*А.И. Анисимов*  
А.И. Анисимов

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

**Уровень основной образовательной программы:** бакалавриат

**Направление подготовки:** 09.03.03 Прикладная информатика

**Форма обучения:** очная, заочная, заочная (ускоренная) на базе ВО,  
заочная (ускоренная) на базе СПО

**Кафедра:** Математики и прикладной информатики

**Рубцовск**

**2016**

При разработке рабочей программы учебной дисциплины в основу положены:

1) ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика утвержденный Министерством образования и науки РФ 12 марта 2015 г. (рег. № 207)

2) Учебный план по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, утвержденный решением Ученого совета Рубцовского института (филиала) АлтГУ от 23 мая 2016 г., протокол № 10.

3) Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математики и прикладной информатики от 23 мая 2016 г., протокол № 11.

Заведующий кафедрой математики и прикладной информатики, доцент, к.т.н.



Е.А. Жданова

**Разработчик:**

доцент кафедры математики и прикладной информатики, к.ф.-м.н.



А.С. Шевченко

**Работодатель:**

Начальник отдела информационно-технического обеспечения Администрации г. Рубцовска



Д.П. Рева

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| I. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....  | 4  |
| 1. ВВОДНАЯ ЧАСТЬ.....  | 4  |
| 1.1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....  | 4  |
| 1.2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП<br>УНИВЕРСИТЕТА .....                                | 5  |
| 1.3 ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ<br>ДИСЦИПЛИНЫ .....                                  | 6  |
| 2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ.....   | 7  |
| 2.1. ОБЪЕМ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ<br>РАБОТЫ.....  | 7  |
| 2.2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.....  | 19 |
| 2.3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТА .....   | 27 |
| 2.4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ<br>ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.....                   | 29 |
| 2.5. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ<br>ДИСЦИПЛИНЫ .....                               | 31 |
| 2.6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ .....  | 32 |
| 2.7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО КУРСОВОМУ<br>ПРОЕКТИРОВАНИЮ .....                                | 33 |
| II. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ .....   | 36 |
| 3. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И<br>РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ ..... | 37 |
| 3.1. ВИДЫ КОНТРОЛЯ И АТТЕСТАЦИИ, ФОРМЫ ОЦЕНОЧНЫХ<br>СРЕДСТВ .....                                  | 37 |
| 3.2 КАРТА КОМПЕТЕНЦИЙ ДИСЦИПЛИНЫ.....  | 38 |
| 3.3. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ<br>ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОП.....        | 41 |
| 3.4. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ФОРМЫ ОЦЕНОЧНЫХ<br>СРЕДСТВ).....                                  | 44 |

# I. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## 1. ВВОДНАЯ ЧАСТЬ

### 1.1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

**Целями** освоения учебной дисциплины Математический анализ являются: изучение основных математических понятий, их взаимосвязи и развития, а также отвечающих им методов расчёта, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных задач.

#### **Задачи дисциплины:**

- формирование понимания значимости математической составляющей в естественнонаучном образовании специалиста;
- формирование представления о роли и месте математики в мировой культуре;
- ознакомление с системой понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и их взаимосвязью;
- выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач
- знать методы дифференциального и интегрального исчисления
- знать теорию рядов, их сходимость

В результате изучения дисциплины студент должен:

**знать** основные теоремы математического анализа, понятие производной и интеграла, иметь базовые знания в области методов математического анализа, необходимые для успешного изучения математических и теоретико-информационных дисциплин, решения задач, возникающих в профессиональной сфере;

**уметь:** находить производные, вычислять пределы, интегралы, ряды, формулировать и доказывать теоремы, применять методы математического анализа для решения математических задач, построения и анализа моделей механики, физики и естествознания, самостоятельно решать классические задачи;

**владеть:** методами дифференцирования и интегрирования функций одной и нескольких переменных, методами исследования функций, навыками практического использования современного математического инструментария для решения и анализа задач механики, физики и естествознания.

## **1.2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП УНИВЕРСИТЕТА**

1.2.1. Учебная дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части.

1.2.2. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания базового курса математики средней школы.

1.2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

- Дифференциальные уравнения.
- Имитационное моделирование экономических процессов.
- Методы оптимизации.
- Теория вероятностей и математическая статистика.
- Теория оптимального управления.
- Физика.
- Численные методы.
- Эконометрика.

### **1.3 ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих общекультурных (ОК), общепрофессиональных (ОПК) и профессиональных (ПК) компетенций:

– способен анализировать социально-экономические задачи и процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования - ОПК-2

*Примечание: Детальное описание компетенций – перечень компонентов, то есть требования к знаниям, умениям и навыкам, полученным в ходе изучения дисциплины, технологии формирования компетенций, формы оценочных средств, уровни освоения компетенций – должно быть изложено в Карте компетенций дисциплины.*

*Карта компетенций дисциплины является обязательным приложением рабочей программы дисциплины.*

## 2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

### 2.1. ОБЪЕМ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

#### 2.1.1. Тематический план учебной дисциплины (очная форма)

| Дидактические единицы (ДЕ)                                  | Наименование разделов и тем  | Максимальная нагрузка студентов, час.   | Количество аудиторных часов при очной форме обучения |                                    |                     | Самостоятельная работа студентов, час. |
|---|--|---|--|------------------------------------|---------------------|--|
|   |  |   | Лекции   | Практические (семинарские) занятия | Лабораторные работы |  |
| 1   | 2  | 3                                       | 4  | 5                                  | 6                   | 7                                      |
| <b>1 семестр</b>  |  |   |  |                                    |                     |  |
| <b>Последовательности. Функции</b>                          |  |   |  |                                    |                     |  |
| ДЕ 1 (35 б.)  | 1. Введение в математический анализ. Множество действительных чисел. Комплексные числа и действия с ними   | 10                                      | 2  | 2                                  |                     | 6                                      |
|   | 2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Функция. Предел функции в точке и на бесконечности. Непрерывность функции. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные функции | 10                                      | 2  | 4                                  |                     | 4                                      |
| <b>Текущий контроль</b>                                     |  | <b>контрольная работа, тестирование</b> |  |                                    |                     |  |
| <b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b> |  |   |  |                                    |                     |  |
| ДЕ 2 (35 б.)  | 3. Определение производной. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференциал. Определение и свойства.  | 14                                      | 4  | 4                                  |                     | 6                                      |
|   | 4. Основные теоремы дифференцирования. Формула   | 10                                      | 2  | 2                                  |                     | 6                                      |

|  |   |   |           |           |  |           |
|--|---|---|-----------|-----------|--|-----------|
|  | Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора  |   |           |           |  |           |
|  | 5. Исследование функции с помощью производной и построения ее графика   | 10                                      | 2         | 2         |  | 6         |
| <b>Текущий контроль</b>  |   | <b>контрольная работа, тестирование</b> |           |           |  |           |
| <b>Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных</b> |   |   |           |           |  |           |
| ДЕ 3 (30 б.)   | 6. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал  | 10                                      | 2         | 4         |  | 4         |
|  | 7. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции в области   | 8                                       | 2         | 2         |  | 4         |
| <b>Текущий контроль</b>  |   | <b>контрольная работа, коллоквиум</b>   |           |           |  |           |
| <b>Промежуточная аттестация</b>                                  |   | <b>зачет</b>                            |           |           |  |           |
| <b>Итого за семестр часов</b>                                    |   | <b>72</b>                               | <b>16</b> | <b>20</b> |  | <b>36</b> |
| <b>2 семестр</b>   |   |   |           |           |  |           |
| <b>Интегральное исчисление</b>                                   |   |   |           |           |  |           |
| ДЕ 4 (35 б.)   | 8. Интегрирование функций одной переменной. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования  | 20                                      | 4         | 8         |  | 8         |
|  | 9. Определенный интеграл. Определение и свойства. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченной функции. Приложения определенного интеграла | 20                                      | 4         | 8         |  | 8         |
| <b>Текущий контроль</b>  |   | <b>контрольная работа</b>               |           |           |  |           |
| <b>Ряды</b>  |   |   |           |           |  |           |
| Д<br>Е   | 10. Числовые ряды. Сходимость рядов. Признаки сходимости  | 12                                      | 2         | 2         |  | 8         |

|                                 |   |                                       |           |           |  |            |
|---------------------------------|---|---------------------------------------|-----------|-----------|--|------------|
|                                 | неотрицательных рядов.<br>Знакопеременные ряды                                  |                                       |           |           |  |            |
|                                 | 11. Функциональные ряды.<br>Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды | 12                                    | 2         | 2         |  | 8          |
|                                 | 12. Тригонометрические ряды<br>Фурье. Интеграл Фурье                            | 12                                    | 2         | 2         |  | 8          |
| <b>Текущий контроль</b>         |   | <b>контрольная работа, коллоквиум</b> |           |           |  |            |
| <b>Кратные интегралы</b>        |   |                                       |           |           |  |            |
| ДЕ 6 (30 б.)                    | 13. Двойной и тройной интегралы, их свойства.                                   | 14                                    | 2         | 2         |  | 10         |
|                                 | 14. Криволинейные интегралы   | 14                                    | 2         | 2         |  | 10         |
|                                 | 15. Поверхностные интегралы.<br>Векторный анализ и элементы теории поля .       | 13                                    | 2         | 2         |  | 9          |
| <b>Текущий контроль</b>         |   | <b>контрольная работа</b>             |           |           |  |            |
| <b>Промежуточная аттестация</b> |   | <b>экзамен</b>                        |           |           |  |            |
| <b>Итого за семестр часов</b>   |   | <b>144*</b>                           | <b>20</b> | <b>28</b> |  | <b>69</b>  |
| <b>Итого за весь курс часов</b> |   | <b>216*</b>                           | <b>36</b> | <b>48</b> |  | <b>105</b> |
| <b>Итого за весь курс з.е.</b>  |   | <b>6</b>                              |           |           |  |            |

## 2.1.2. Тематический план учебной дисциплины (заочная форма)

| Дидактические единицы (ДЕ)                                  | Наименование разделов и тем  | Максимальная нагрузка студентов, час.   | Количество аудиторных часов при заочной форме обучения |                                    |                     | Самостоятельная работа студентов, час. |
|---|--|---|--|------------------------------------|---------------------|--|
|   |  |   | Лекции   | Практические (семинарские) занятия | Лабораторные работы |  |
| 1   | 2  | 3                                       | 4  | 5                                  | 6                   | 7                                      |
| <b>1 курс</b>   |  |   |  |                                    |                     |  |
| <b>Последовательности. Функции</b>                          |  |   |  |                                    |                     |  |
| ДЕ 1 (35 б.)  | 1. Введение в математический анализ. Множество действительных чисел. Комплексные числа и действия с ними   | 12                                      |  |                                    |                     | 12                                     |
|   | 2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Функция. Предел функции в точке и на бесконечности. Непрерывность функции. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные функции | 14                                      | 2  |                                    |                     | 12                                     |
| <b>Текущий контроль</b>                                     |  | <b>контрольная работа, тестирование</b> |  |                                    |                     |  |
| <b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b> |  |   |  |                                    |                     |  |
| ДЕ 2 (35 б.)  | 3. Определение производной. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференциал. Определение и свойства.  | 15                                      | 1  | 2                                  |                     | 12                                     |
|   | 4. Основные теоремы дифференцирования. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора                                      | 15                                      | 1  | 2                                  |                     | 12                                     |

|  |   |   |   |   |  |    |
|--|---|---|---|---|--|----|
|  | 5. Исследование функции с помощью производной и построения ее графика   | 12                                      |   |   |  | 12 |
| <b>Текущий контроль</b>  |   | <b>контрольная работа, тестирование</b> |   |   |  |    |
| <b>Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных</b> |   |   |   |   |  |    |
| ДЕ 3 (30 б.)   | 6. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал  | 15                                      | 2 | 1 |  | 12 |
|  | 7. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции в области   | 13                                      |   | 1 |  | 12 |
| <b>Текущий контроль</b>  |   | <b>контрольная работа, коллоквиум</b>   |   |   |  |    |
| <b>Интегральное исчисление</b>                                   |   |   |   |   |  |    |
| ДЕ 4 (35 б.)   | 8. Интегрирование функций одной переменной. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования  | 16                                      | 2 | 2 |  | 12 |
|  | 9. Определенный интеграл. Определение и свойства. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченной функции. Приложения определенного интеграла | 16                                      | 2 | 2 |  | 12 |
| <b>Текущий контроль</b>  |   | <b>контрольная работа</b>               |   |   |  |    |
| <b>Ряды</b>  |   |   |   |   |  |    |
| ДЕ 5 (35 б.)   | 10. Числовые ряды. Сходимость рядов. Признаки сходимости неотрицательных рядов. Знакопеременные ряды  | 16                                      | 2 | 2 |  | 12 |
|  | 11. Функциональные ряды. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды  | 14                                      |   | 2 |  | 12 |
|  | 12. Тригонометрические ряды Фурье. Интеграл Фурье   | 12                                      |   |   |  | 12 |
| <b>Текущий контроль</b>  |   | <b>контрольная работа, коллоквиум</b>   |   |   |  |    |

| <b>Кратные интегралы</b>        |  |                           |           |           |  |            |
|---------------------------------|--|---------------------------|-----------|-----------|--|------------|
| ДЕ 6 (30 б.)                    | 13. Двойной и тройной интегралы, их свойства.                          | 12                        |           |           |  | 12         |
|                                 | 14. Криволинейные интегралы  | 12                        |           |           |  | 12         |
|                                 | 15. Поверхностные интегралы. Векторный анализ и элементы теории поля . | 13                        |           |           |  | 13         |
| <b>Текущий контроль</b>         |  | <b>контрольная работа</b> |           |           |  |            |
| <b>Промежуточная аттестация</b> |  | <b>экзамен</b>            |           |           |  |            |
| <b>Итого за курс часов</b>      |  | <b>216*</b>               | <b>12</b> | <b>14</b> |  | <b>181</b> |
| <b>Итого за весь курс часов</b> |  | <b>216*</b>               | <b>12</b> | <b>14</b> |  | <b>181</b> |
| <b>Итого за весь курс з.е.</b>  |  | <b>6</b>                  |           |           |  |            |

**2.1.3. Тематический план учебной дисциплины (заочная (ускоренная) на базе ВО форма)**

| Дидактические единицы (ДЕ)                                  | Наименование разделов и тем  | Максимальная нагрузка студентов, час.   | Количество аудиторных часов при заочной (ускоренной) на базе ВО форме обучения |                                    |                     | Самостоятельная работа студентов, час. |
|---|--|---|--|------------------------------------|---------------------|--|
|   |  |   | Лекции   | Практические (семинарские) занятия | Лабораторные работы |  |
| 1   | 2  | 3                                       | 4  | 5                                  | 6                   | 7                                      |
| <b>1 курс</b>   |  |   |  |                                    |                     |  |
| <b>Последовательности. Функции</b>                          |  |   |  |                                    |                     |  |
| ДЕ 1 (35 б.)  | 1. Введение в математический анализ. Множество действительных чисел. Комплексные числа и действия с ними   | 13                                      |  |                                    |                     | 13                                     |
|   | 2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Функция. Предел функции в точке и на бесконечности. Непрерывность функции. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные функции | 13                                      |  |                                    |                     | 13                                     |
| <b>Текущий контроль</b>                                     |  | <b>контрольная работа, тестирование</b> |  |                                    |                     |  |
| <b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b> |  |   |  |                                    |                     |  |
| ДЕ 2 (35 б.)  | 3. Определение производной. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференциал. Определение и свойства.  | 14                                      |  |                                    |                     | 14                                     |
|   | 4. Основные теоремы дифференцирования. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение  | 14                                      |  |                                    |                     | 14                                     |

|  |   |   |  |  |  |    |
|--|---|---|--|--|--|----|
|  | основных элементарных функций в ряд Тейлора   |   |  |  |  |    |
|  | 5. Исследование функции с помощью производной и построения ее графика   | 14                                      |  |  |  | 14 |
| <b>Текущий контроль</b>  |   | <b>контрольная работа, тестирование</b> |  |  |  |    |
| <b>Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных</b> |   |   |  |  |  |    |
| ДЕ 3 (30 б.)   | 6. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал  | 14                                      |  |  |  | 14 |
|  | 7. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции в области   | 14                                      |  |  |  | 14 |
| <b>Текущий контроль</b>  |   | <b>контрольная работа, коллоквиум</b>   |  |  |  |    |
| <b>Интегральное исчисление</b>                                   |   |   |  |  |  |    |
| ДЕ 4 (35 б.)   | 8. Интегрирование функций одной переменной. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования  | 14                                      |  |  |  | 14 |
|  | 9. Определенный интеграл. Определение и свойства. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченной функции. Приложения определенного интеграла | 14                                      |  |  |  | 14 |
| <b>Текущий контроль</b>  |   | <b>контрольная работа</b>               |  |  |  |    |
| <b>Ряды</b>  |   |   |  |  |  |    |
| ДЕ 5 (35 б.)   | 10. Числовые ряды. Сходимость рядов. Признаки сходимости неотрицательных рядов. Знакопеременные ряды  | 14                                      |  |  |  | 14 |
|  | 11. Функциональные ряды. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды  | 14                                      |  |  |  | 14 |
|  | 12. Тригонометрические ряды   | 14                                      |  |  |  | 14 |

|                                 |  |                                       |  |  |            |
|---------------------------------|--|---------------------------------------|--|--|------------|
|                                 | Фурье. Интеграл Фурье  |                                       |  |  |            |
| <b>Текущий контроль</b>         |  | <b>контрольная работа, коллоквиум</b> |  |  |            |
| <b>Кратные интегралы</b>        |  |                                       |  |  |            |
| ДЕ 6 (30 б.)                    | 13. Двойной и тройной интегралы, их свойства.                          | 13                                    |  |  | 13         |
|                                 | 14. Криволинейные интегралы  | 14                                    |  |  | 14         |
|                                 | 15. Поверхностные интегралы. Векторный анализ и элементы теории поля . | 14                                    |  |  | 14         |
| <b>Текущий контроль</b>         |  | <b>круглый стол</b>                   |  |  |            |
| <b>Промежуточная аттестация</b> |  | <b>экзамен</b>                        |  |  |            |
| <b>Итого за курс часов</b>      |  | <b>216*</b>                           |  |  | <b>207</b> |
| <b>Итого за весь курс часов</b> |  | <b>216*</b>                           |  |  | <b>207</b> |
| <b>Итого за весь курс з.е.</b>  |  | <b>6</b>                              |  |  |            |

**2.1.4. Тематический план учебной дисциплины (заочная (ускоренная) на базе СПО форма)**

| Дидактические единицы (ДЕ)                                  | Наименование разделов и тем  | Максимальная нагрузка студентов, час.   | Количество аудиторных часов при заочной (ускоренной) на базе СПО форме обучения |                                    |                     | Самостоятельная работа студентов, час. |
|---|--|---|---|------------------------------------|---------------------|--|
|   |  |   | Лекции  | Практические (семинарские) занятия | Лабораторные работы |  |
| 1   | 2  | 3                                       | 4   | 5                                  | 6                   | 7                                      |
| <b>1 курс</b>   |  |   |   |                                    |                     |  |
| <b>Последовательности. Функции</b>                          |  |   |   |                                    |                     |  |
| ДЕ 1 (35 б.)  | 1. Введение в математический анализ. Множество действительных чисел. Комплексные числа и действия с ними   | 13                                      |   |                                    |                     | 13                                     |
|   | 2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Функция. Предел функции в точке и на бесконечности. Непрерывность функции. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные функции | 13                                      |   |                                    |                     | 13                                     |
| <b>Текущий контроль</b>                                     |  | <b>контрольная работа, тестирование</b> |   |                                    |                     |  |
| <b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b> |  |   |   |                                    |                     |  |
| ДЕ 2 (35 б.)  | 3. Определение производной. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференциал. Определение и свойства.  | 14                                      |   |                                    |                     | 14                                     |
|   | 4. Основные теоремы дифференцирования. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение  | 14                                      |   |                                    |                     | 14                                     |

|  |   |   |  |  |  |    |
|--|---|---|--|--|--|----|
|  | основных элементарных функций в ряд Тейлора   |   |  |  |  |    |
|  | 5. Исследование функции с помощью производной и построения ее графика   | 14                                      |  |  |  | 14 |
| <b>Текущий контроль</b>  |   | <b>контрольная работа, тестирование</b> |  |  |  |    |
| <b>Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных</b> |   |   |  |  |  |    |
| ДЕ 3 (30 б.)   | 6. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал  | 14                                      |  |  |  | 14 |
|  | 7. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции в области   | 14                                      |  |  |  | 14 |
| <b>Текущий контроль</b>  |   | <b>контрольная работа, коллоквиум</b>   |  |  |  |    |
| <b>Интегральное исчисление</b>                                   |   |   |  |  |  |    |
| ДЕ 4 (35 б.)   | 8. Интегрирование функций одной переменной. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования  | 14                                      |  |  |  | 14 |
|  | 9. Определенный интеграл. Определение и свойства. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченной функции. Приложения определенного интеграла | 14                                      |  |  |  | 14 |
| <b>Текущий контроль</b>  |   | <b>контрольная работа</b>               |  |  |  |    |
| <b>Ряды</b>  |   |   |  |  |  |    |
| ДЕ 5 (35 б.)   | 10. Числовые ряды. Сходимость рядов. Признаки сходимости неотрицательных рядов. Знакопеременные ряды  | 14                                      |  |  |  | 14 |
|  | 11. Функциональные ряды. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды  | 14                                      |  |  |  | 14 |
|  | 12. Тригонометрические ряды   | 14                                      |  |  |  | 14 |

|                                 |  |                                       |  |  |  |            |
|---------------------------------|--|---------------------------------------|--|--|--|------------|
|                                 | Фурье. Интеграл Фурье  |                                       |  |  |  |            |
| <b>Текущий контроль</b>         |  | <b>контрольная работа, коллоквиум</b> |  |  |  |            |
| <b>Кратные интегралы</b>        |  |                                       |  |  |  |            |
| ДЕ 6 (30 б.)                    | 13. Двойной и тройной интегралы, их свойства.                          | 13                                    |  |  |  | 13         |
|                                 | 14. Криволинейные интегралы  | 14                                    |  |  |  | 14         |
|                                 | 15. Поверхностные интегралы. Векторный анализ и элементы теории поля . | 14                                    |  |  |  | 14         |
| <b>Текущий контроль</b>         |  | <b>контрольная работа</b>             |  |  |  |            |
| <b>Промежуточная аттестация</b> |  | <b>экзамен</b>                        |  |  |  |            |
| <b>Итого за курс часов</b>      |  | <b>216*</b>                           |  |  |  | <b>207</b> |
| <b>Итого за весь курс часов</b> |  | <b>216*</b>                           |  |  |  | <b>207</b> |
| <b>Итого за весь курс з.е.</b>  |  | <b>6</b>                              |  |  |  |            |

## 2.2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.2.1. Содержание разделов учебной дисциплины

#### Последовательности. Функции

*Тема 1. Введение в математический анализ. Множество действительных чисел. Комплексные числа и действия с ними*

**Аудиторное изучение:** Множества. Операции над множествами. Множество действительных чисел. Комплексные числа и действия над ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме.

**Самостоятельное изучение:** Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера. Действия над комплексными числами в показательной форме.

*Тема 2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Функция. Предел функции в точке и на бесконечности. Непрерывность функции. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные функции*

**Аудиторное изучение:** Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Арифметические свойства пределов. Переход к пределу в неравенствах. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Бесконечно малая и бесконечно большая последовательности. Функция. Способы задания функции. Предел функции в точке и на бесконечности. Свойства предела функции. Замечательные пределы. Непрерывность функции в точке. Основные теоремы о непрерывных функциях. Точки разрыва, их классификация.

**Самостоятельное изучение:** Арифметические свойства пределов числовой последовательности. Основные теоремы о непрерывных функциях. Эквивалентные функции.

#### Дифференциальное исчисление функции одной переменной

*Тема 3. Определение производной. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференциал. Определение и свойства.*

**Аудиторное изучение:** Определение производной. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Производная сложной и обратной функций. Дифференцирование параметрически заданных функций. Дифференциал. Определение и свойства.

**Самостоятельное изучение:** Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

**Тема 4. Основные теоремы дифференцирования. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора**

**Аудиторное изучение:** Теоремы Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа. Правило Лопитала. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа.

**Самостоятельное изучение:** Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.

**Тема 5. Исследование функции с помощью производной и построения ее графика**

**Аудиторное изучение:** Признаки возрастания и убывания функции. Необходимые и достаточные условия экстремума функции. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

**Самостоятельное изучение:** Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.

**Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных**

**Тема 6. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал**

**Аудиторное изучение:** Множества в  $R^n$ : открытые, замкнутые, ограниченные. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал. Дифференцирование сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Частные производные высших порядков. Формула Тейлора. Производная по направлению. Градиент.

**Самостоятельное изучение:** Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.

**Тема 7. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции в области**

**Аудиторное изучение:** Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума.

**Самостоятельное изучение:** Наибольшее и наименьшее значения функции в области.

## **Интегральное исчисление**

### ***Тема 8. Интегрирование функций одной переменной. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования***

**Аудиторное изучение:** Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Табличные интегралы. Замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций.

**Самостоятельное изучение:** Интегрирование иррациональных функций.

### ***Тема 9. Определенный интеграл. Определение и свойства. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченной функции. Приложения определенного интеграла***

**Аудиторное изучение:** Определенный интеграл. Определение и свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченной функции. Признаки сходимости несобственных интегралов.

**Самостоятельное изучение:** Приложения определенных интегралов.

## **Ряды**

### ***Тема 10. Числовые ряды. Сходимость рядов. Признаки сходимости неотрицательных рядов. Знакопеременные ряды***

**Аудиторное изучение:** Числовые ряды. Сходимость рядов. Необходимый признак сходимости. Признаки сходимости неотрицательных рядов. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Признак Лейбница.

**Самостоятельное изучение:** Основные свойства рядов.

### ***Тема 11. Функциональные ряды. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды***

**Аудиторное изучение:** Функциональные ряды. Степенные ряды и область сходимости. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды.

**Самостоятельное изучение:** Разложение функций в степенные ряды.

### ***Тема 12. Тригонометрические ряды Фурье. Интеграл Фурье***

**Аудиторное изучение:** Тригонометрические ряды. Разложение в ряд Фурье  $2\pi$ -периодических функций. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода. Комплексная форма ряда Фурье. Интеграл Фурье.

**Самостоятельное изучение:** Комплексная форма ряда Фурье. Интеграл Фурье.

### **Кратные интегралы**

#### ***Тема 13. Двойной и тройной интегралы, их свойства.***

**Аудиторное изучение:** Двойной и тройной интегралы, их свойства. Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных в кратных интегралах. Полярные, цилиндрические, сферические координаты.

**Самостоятельное изучение:** Приложения кратных интегралов.

#### ***Тема 14. Криволинейные интегралы***

**Аудиторное изучение:** Криволинейные интегралы первого и второго рода. Их свойства и вычисление.

**Самостоятельное изучение:** Приложения криволинейных интегралов.

#### ***Тема 15. Поверхностные интегралы. Векторный анализ и элементы теории поля .***

**Аудиторное изучение:** Поверхностные интегралы первого и второго рода. Вычисление поверхностных интегралов. Скалярное и векторное поле. Градиент, дивергенция, ротор. Формула Грина. Формула Гаусса-Остроградского. Формула Стокса.

**Самостоятельное изучение:** Приложения поверхностных интегралов. Соленоидальные и потенциальные векторные поля.

### **2.2.2. Лабораторный практикум**

### **2.2.3. Практические (семинарские) занятия**

#### ***Содержание семинарских занятий***

**Тема 1. Множества. Операции над множествами. Комплексные числа.** Семинарское занятие .

##### **План.**

1. Комплексные числа, основные понятия. Геометрическое изображение комплексных чисел.
2. Формы записи комплексных чисел.
3. Действия над комплексными числами.

**Тема 2. Предел функции. Вычисление пределов функции. Непрерывность функции. Точки разрыва** Семинарское занятие

**План.**

1. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности.
2. Односторонние пределы.
3. Вычисление пределов функции. (раскрытие неопределенностей вида  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty$ ).
4. Замечательные пределы.
5. Вычисление пределов функции. (раскрытие неопределенностей вида  $0 \cdot \infty, 1^\infty, 0^\infty, \infty^0$ ).
6. Сравнение бесконечно малых. Принцип замены эквивалентными.
7. Вычисление пределов с помощью эквивалентностей.
8. Непрерывность функции в точке и на промежутке.
9. Точки разрыва функций

### **Тема 3. Дифференцирование функции одной переменной.**

Семинарское занятие

#### **План.**

1. Дифференцирование функции одной переменной
2. Производные сложных функций.
3. Логарифмическое дифференцирование.
4. Производная функции, заданной параметрически.
5. Неявно заданные функции.
6. Геометрический смысл производной: уравнение касательной и нормали.
7. Производные высших порядков.
8. Дифференциал, его применение в приближенных вычислениях.
9. Дифференциалы высших порядков.

### **Тема 4. Основные теоремы дифференцирования. Правило Лопиталья.**

Семинарское занятие

#### **План.**

1. Основные теоремы дифференцирования.
2. Правило Лопиталья.
3. Раскрытие неопределенностей  $0 \cdot \infty, \infty - \infty, 1^\infty, \infty^0, 0^0$ .

### **Тема 5. Исследование функций и построение графиков. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.** Контрольная работа.

Семинарское занятие

#### **План.**

1. Монотонность функций. Экстремумы функций.
2. Выпуклость, вогнутость и точки перегиба.
3. Асимптоты.

4. Общая схема исследования функций
5. Построение графиков функций.
6. Наибольшее и наименьшее значение функции.
7. Задачи на максимум и минимум.
8. Контрольная работа.

### **Тема 6. Функции нескольких переменных.**

Семинарское занятие

#### **План.**

1. Функции многих переменных.
2. Предел, непрерывность функции многих переменных.
3. Частные производные.
4. Частные производные высших порядков.
5. Дифференциалы высших порядков.
6. Производная в данном направлении. Градиент.

### **Тема 7. Экстремумы функций многих переменных.**

Семинарское занятие

#### **План.**

1. Экстремумы функций многих переменных.
2. Наибольшее и наименьшее значения функции в области.
3. Решение задач.

### **Тема 8. Неопределенный интеграл. Замена переменной в неопределенном интеграле и интегрирование по частям.**

Семинарское занятие

#### **План.**

1. Неопределенный интеграл.
2. Табличные интегралы.
3. Подведение под знак дифференциала.
4. Замена переменной в неопределенном интеграле
5. Интегрирование по частям.
6. Решение упражнений.

### **Тема 8. Интегрирование рациональных и иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций.**

Семинарское занятие

#### **План.**

1. Правильные и неправильные дроби.
2. Разложение правильной дроби на простейшие.
3. Интегрирование рациональных функций.
4. Интегрирование иррациональных функций

5. Интегрирование дифференциального бинома.
6. Универсальная подстановка.
7. Интегрирование тригонометрических функций.

### **Тема 9. Определенный интеграл.**

Семинарское занятие

#### **План.**

1. Определенный интеграл.
2. Формула Ньютона-Лейбница.
3. Замена переменной в определенном интеграле.
4. Интегрирование по частям в определенном интеграле.

### **Тема 10. Числовые ряды. Знакопередающиеся ряды.**

Семинарское занятие

#### **План.**

1. Числовые ряды. Основные понятия.
2. Признаки сходимости неотрицательных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак.
3. Знакопередающиеся ряды
4. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.

### **Тема 11. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды.**

Семинарское занятие

#### **План.**

1. Степенные ряды.
2. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
3. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
4. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.

### **Тема 13. Вычисление двойных интегралов.**

Семинарское занятие

#### **План.**

1. Двойной и тройной интегралы, их свойства.
2. Сведение кратного интеграла к повторному.
3. Замена переменных в кратных интегралах.
4. Полярные, цилиндрические, сферические координаты.

### **Тема 14. Криволинейные интегралы.**

Семинарское занятие

#### **План.**

1. Криволинейные интегралы первого рода, их свойства и вычисление.
2. Криволинейные интегралы второго рода, их свойства и вычисление.

## **Тема 15. Поверхностные интегралы. Приложения поверхностных интегралов. Элементы теории поля.**

Семинарское занятие

### **План**

1. Поверхностные интегралы первого и второго рода.
2. Вычисление поверхностных интегралов.
3. Скалярное и векторное поле.
4. Градиент, дивергенция, ротор.
5. Формула Грина. Формула Гаусса-Остроградского. Формула Стокса.

## 2.3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТА

### 2.3.1. Виды самостоятельной работы студента

| Номер ДЕ | Виды самостоятельной работы студента   | Часы  |         |                                 |                                  |
|----------|--|-------|---------|---------------------------------|----------------------------------|
|          |  | очная | заочная | заочная (ускоренная) на базе ВО | заочная (ускоренная) на базе СПО |
| 1        | чтение студентами основной и дополнительной литературы, подготовка к семинарам, подготовка к аудиторной контрольной работе, подготовка к тестированию, самостоятельное изучение материала, подготовка к зачёту | 10    | 24      | 26                              | 26                               |
| 2        | чтение студентами основной и дополнительной литературы, подготовка к семинарам, подготовка к аудиторной контрольной работе, подготовка к тестированию, самостоятельное изучение материала, подготовка к зачёту | 18    | 36      | 42                              | 42                               |
| 3        | чтение студентами основной и дополнительной литературы, подготовка к семинарам, подготовка к аудиторной контрольной работе, подготовка к коллоквиуму, самостоятельное изучение материала, подготовка к зачёту  | 8     | 24      | 28                              | 28                               |
| 4        | чтение студентами основной и дополнительной литературы, подготовка к семинарам, подготовка к аудиторной контрольной работе, самостоятельное  | 16    | 24      | 28                              | 28                               |

|   |  |    |    |    |    |
|---|--|----|----|----|----|
|   | изучение материала,<br>подготовка к экзамену   |    |    |    |    |
| 5 | чтение студентами<br>основной и дополнительной<br>литературы, подготовка к<br>семинарам, подготовка к<br>аудиторной контрольной<br>работе, подготовка к<br>коллоквиуму,<br>самостоятельное изучение<br>материала, подготовка к<br>экзамену | 24 | 36 | 42 | 42 |
| 6 | чтение студентами<br>основной и дополнительной<br>литературы, подготовка к<br>аудиторной контрольной<br>работе, самостоятельное<br>изучение материала,<br>подготовка к экзамену  | 29 | 37 | 41 | 41 |

## **2.4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **2.4.1 Основная литература**

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах в 2х ч. Ч.1: учебное пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевников. - 7-е изд. испр. - М.: Оникс; Мир и Образование, 2009. - 368с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : учеб. пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова, С.П. Данко. - 7-е изд., испр. - М.: ООО "Издательство Оникс"; ООО "Издательство "Мир и образование", 2008 - 816с.
3. Интегральное исчисление функции одной переменной: учебно-методическое пособие / сост. Н.М. Шмидт. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2011. – 106 с.
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. В 2 ч. Ч. 1 / Д.Т. Письменный. - 12-е изд.- М.: Айрис-пресс, 2013 - 288с.

### **2.4.2 Дополнительная литература**

5. Берман, Г.Н. Решебник к сборнику задач по курсу математического анализа Бермана : учеб. пособие / Г. Н. Берман. – 2-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2011. – 608 с.
  6. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа: учеб. / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. – изд. 16-е, стер. – СПб. [и др.]: Лань, 2010. – 736 с. ил. - (Классическая учебная литература).
  7. Демидович, Б.П. Дифференциальные уравнения: учеб. пособие /Б.П. Демидович, В.П. Моденов. – СПб.: Лань, 2008. – 288с.
  8. Запорожец, Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу: учеб. пособие / Г. И Запорожец,. – 7-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2010. – 464 с.
  9. Лунгу, К.Н., Сборник задач по высшей математике 1 курс / - К.Н. Лунгу, Д.Т Письменный, С.Н. Федин, Ю.А Шевченко. М.: Айрис-пресс, 2008 - 592с.
  10. Пискунов, Н.С Дифференциальное и интегральное исчисление.Т1 / Н.С. Пискунов. - изд.,стереотип.- М.: Интеграл-Пресс, 2006 - 416с.
  11. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления.Т2 / Н.С. Пискунов. - М.: Интеграл-Пресс, 2006 - 544с.
- Ряды: учебно-методическое пособие / сост. И.В.Калашникова. - Барнаул: АлтГУ, 2006 - 74с.

### **2.4.3 Базы данных, интернет-ресурсы, информационно-справочные и поисковые системы**

12. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Электронная библиотека [Электронный ресурс]: инф. система. – М.: ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика", 2005-2012. – Режим доступа: <http://www.window.edu.ru>, свободный. – Загл. с экрана (дата обращения 27.08.2015).

13. Интернет-университет информационных технологий – дистанционное образование – INTUIT.ru [Электронный ресурс]: офиц. сайт. – М.: Открытые системы, 2003-2011. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru>, свободный. - Загл. с экрана (дата обращения: 27.08.2015).

14. Поисковые системы: Google, Yandex, Rambler.

15. Университетская библиотека On-line [Электронный ресурс], М.: Издательство «Директ-Медиа», 2001-2014. Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>. – Загл. с экрана (дата обращения 27.08.2015).

16. Электронно-библиотечная система Издательство «Лань» [Электронный ресурс], СПб.: Издательство Лань, 2014. Режим доступа: <http://e.lanbook.com>. – Загл. с экрана (дата обращения 27.08.2015).

## **2.5. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **2.5.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий:**

Аудитории для проведения интерактивных занятий: видеопроектор, экран настенный, др. оборудование и компьютерный класс для проведения лабораторно-практических занятий.

### **2.5.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся:**

Рабочее место преподавателя должно быть оснащено видеопроектором подключённым к компьютеру с установленным программным обеспечением указанным в пункте 2.5.4. Рабочие места обучающихся должны быть оборудованы компьютерами с установленным программным обеспечением указанным в пункте 2.5.4.

### **2.5.3. Требования к специализированному оборудованию отсутствуют.**

### **2.5.4. Требования к программному обеспечению учебного процесса**

| <b>Необходимое программное обеспечение</b> |
|--|
| Windows 7 Professional Service Pack 1      |
| Microsoft Excel 2010                       |
| Microsoft PowerPoint 2010                  |
| Microsoft Word 2010                        |

## 2.6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

30 % – интерактивных занятий от объема аудиторных занятий (в соответствии с требованиями ФГОС)

| № ДЕ | Виды учебной работы         | Образовательные технологии   | Особенности проведения занятий |
|------|-----------------------------|--|--------------------------------|
| 1    | лекции, семинарские занятия | лекция-исследование, лекция-визуализация, презентация с использованием видеопроектора                            | групповые, индивидуальные      |
| 2    | лекции, семинарские занятия | лекция-исследование, лекция-визуализация, презентация с использованием видеопроектора, методика «мозговой штурм» | групповые, индивидуальные      |
| 3    | лекции, семинарские занятия | лекция-исследование, лекция-визуализация, презентация с использованием видеопроектора                            | групповые, индивидуальные      |
| 4    | лекции, семинарские занятия | лекция-исследование, лекция-визуализация, методика «мозговой штурм»  | групповые, индивидуальные      |
| 5    | лекции, семинарские занятия | лекция-исследование, лекция-визуализация   | групповые, индивидуальные      |
| 6    | лекции, семинарские занятия | лекция-исследование, лекция-визуализация, методика «мозговой штурм»  | групповые, индивидуальные      |

## 2.7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОСВОЕНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Методические рекомендации преподавателю:

При проведении практических занятий по математическому анализу рекомендуется:

- уделять внимание разбору теоретических задач, предлагаемых на лекциях и на семинарских занятиях;
- уделять внимание краткому повторению теоретического материала, который используется при решении упражнений и задач;
- осуществлять регулярную проверку домашних заданий;
- ставить проблемные вопросы, по возможности использовать примеры и задачи с практическим содержанием;
- использовать при проведении практических занятий активные методы обучения;
- развивать математическую интуицию у студентов.

### Методические указания студентам:

Учиться преодолевать самый высокий уровень непонимания материала («непонятно, что непонятно»).

При разборе примеров в аудитории или при выполнении домашних заданий целесообразно каждый шаг обосновывать теми или иными теоретическими положениями.

При изучении теоретического материала не задерживать внимание на трудных и непонятных местах, смело их пропускать и двигаться дальше, а затем возвращаться к тому, что было пропущено (часто последующее проясняет предыдущее).

При чтении учебников и лекционных материалов активно отмечать карандашом непонятные места. Карандаш легко стирается, когда вопрос можно снять.

С первых студенческих дней конструировать собственный стиль понимания сути изучаемого материала. Математические дисциплины в этой ситуации являются наиболее успешным полигоном.

*Самостоятельная работа студентов.* Аудиторная самостоятельная работа студентов по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. Она включает: текущие консультации; коллоквиум как форма контроля освоения теоретического содержания дисциплины (в часы консультаций); прием и разбор домашних заданий (в часы практических занятий).

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по

заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Она включает: формирование и усвоение содержания конспекта лекций, а также самостоятельное изучение отдельных вопросов на базе рекомендованной преподавателем учебной литературы, включая информационные образовательные ресурсы (электронные учебники, электронные библиотеки); написание рефератов; подготовка к выступлению на конференции; подготовка к семинарам, их оформление; выполнение микроисследований; выполнение домашних заданий в виде решения отдельных задач, проведения типовых расчетов, расчетно-компьютерных и индивидуальных работ по отдельным разделам содержания дисциплины; компьютерный текущий самоконтроль и контроль успеваемости.

Для того, чтобы заработать то количество баллов, которое вы видите в тематическом плане дисциплины «Математический анализ» по каждой теме, вам необходимо сделать задание по данной теме на оценку «отлично». В противном случае преподаватель имеет право снять несколько баллов. Снять баллы преподаватель может и за пропущенные семинарские или лекционные занятия.

Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение дидактических единиц.

При выборе критериев оценки освоения студентом программы дисциплины в обязательном порядке учитывается: выполнение программы в части лекционных, практических занятий; выполнение предусмотренных программой аудиторных и внеаудиторных контрольных и иных письменных работ. Преподаватель осуществляет текущий контроль и выставляет рейтинговый балл по каждой контрольной точке модуля.

Максимальная сумма баллов, набираемая студентом по дисциплине (за один семестр), равна 100. Студент, набравший менее 60 баллов получает итоговую оценку – неудовлетворительно, от 61 до 75 – удовлетворительно, от 76 до 90 - хорошо, 91 и выше баллов - отлично.

### ***Методические указания студентам-заочникам:***

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом, которая состоит из следующих элементов: изучение материала по учебникам, решение задач, самопроверка, выполнение контрольных работ. В помощь заочникам институт организует чтение лекций, практические занятия. Кроме того, студент может обращаться к преподавателю с вопросами для получения письменной или устной консультации.

Во время сессий для студентов-заочников организуются лекции и практические занятия. Они носят по преимуществу обзорный характер. Их цель — обратить внимание на общую схему построения соответствующего раздела курса, подчеркнуть важнейшие места, указать главные практические

приложения теоретического материала.

В процессе изучения дисциплины математика студент должен выполнить контрольную работу. Рецензия на работу позволяет студенту судить о степени усвоения им соответствующих разделов математики, указывает на имеющиеся пробелы, помогает сформулировать вопросы для консультации. Зачет по контрольной работе выставляется по результатам рецензирования и собеседования. Перед собеседованием студент обязан исправить в работе ошибки, отмеченные рецензентом. Зачет по контрольной работе является обязательным для допуска к сдаче экзамена, который предусмотрен учебным планом.

Завершающим этапом изучения курса является сдача экзамена в соответствии с учебным планом. На экзамене выясняется усвоение основных теоретических и прикладных вопросов программы и умение применять полученные знания к решению практических задач. При подготовке к экзамену учебный материал рекомендуется повторять по учебнику и конспекту.

## **II. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине  
«Математический анализ»

**Направление подготовки**  
09.03.03 Прикладная информатика

**Квалификация выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** очная, заочная, заочная (ускоренная) на базе ВО, заочная (ускоренная) на базе СПО

### 3. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1. ВИДЫ КОНТРОЛЯ И АТТЕСТАЦИИ, ФОРМЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

| № ДЕ  | № семестра | Виды контроля и аттестации | Форма оценочного средства        |
|---|------------|----------------------------|----------------------------------|
| 1   | 1          | Текущий контроль           | контрольная работа, тестирование |
| 2   |            | Текущий контроль           | контрольная работа, тестирование |
| 3   |            | Текущий контроль           | контрольная работа, коллоквиум   |
| <b><i>Промежуточная аттестация: зачет</i></b>   |            |                            |                                  |
| 4   | 2          | Текущий контроль           | контрольная работа               |
| 5   |            | Текущий контроль           | контрольная работа, коллоквиум   |
| 6   |            | Текущий контроль           | контрольная работа               |
| <b><i>Промежуточная аттестация: экзамен</i></b> |            |                            |                                  |

### 3.2 КАРТА КОМПЕТЕНЦИЙ ДИСЦИПЛИНЫ

| КАРТА КОМПЕТЕНЦИЙ ДИСЦИПЛИНЫ  |              |   |                         |                           |                             |
|---|--------------|---|-------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| <b>Наименование дисциплины:</b> Математический анализ   |              |   |                         |                           |                             |
| <b>Цель дисциплины</b>  |              | изучение основных математических понятий, их взаимосвязи и развития, а также отвечающих им методов расчёта, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных задач.   |                         |                           |                             |
| <b>Задачи</b>   |              | <ul style="list-style-type: none"> <li>–формирование понимания значимости математической составляющей в естественнонаучном образовании специалиста;</li> <li>–формирование представления о роли и месте математики в мировой культуре;</li> <li>–ознакомление с системой понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и их взаимосвязью;</li> <li>–выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач;</li> <li>–знать методы дифференциального и интегрального исчисления;</li> <li>–знать теорию рядов, их сходимость.</li> </ul> |                         |                           |                             |
| В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие компетенции |              |   |                         |                           |                             |
| <b>Компетенции</b>  |              |   |                         |                           |                             |
| Компетенции   |              | Перечень компонентов  | Технологии формирования | Форма оценочного средства | Уровни освоения компетенций |
| Индекс компетенции  | Формулировка |   |                         |                           |                             |

|       |   |   |             |                      |  |
|-------|---|---|-------------|----------------------|--|
| ОПК-2 | способен анализировать социально-экономические задачи и процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования | <p><b>Знать :</b><br/>понятие производной и интеграла, необходимые для успешного изучения математических и информационных дисциплин, решения задач</p> <p><b>Уметь:</b><br/>находить производные нескольких переменных, вычислять интегралы, формулировать и доказывать теоремы</p> <p><b>Владеть:</b><br/>методами дифференцирования и интегрирования функций одной и нескольких переменных, методами исследования функций</p> | <i>сам.</i> | Кр, ТС, Кл, Зач, Экз | <p><b>Пороговый уровень</b><br/><b>Знать:</b> основные теоремы математического анализа<br/><b>Уметь:</b> применять методы математического анализа для решения математических задач<br/><b>Владеть:</b> навыками применения теории рядов и их сходимости</p> <p><b>Повышенный уровень</b><br/><b>Знать:</b> основные методы математического анализа<br/><b>Уметь:</b> самостоятельно решать классические задачи<br/><b>Владеть:</b> навыками практического использования современного математического инструментария для решения и анализа задач прикладной информатики</p> |
|-------|---|---|-------------|----------------------|--|

\* Индекс и формулировка компетенции из ФГОС

\*\*Технологии формирования: лекция, самостоятельная работа, семинар, лабораторные работы, практические занятия, производственная практика, преддипломная практика, выполнение ВКР

\*\*\* Форма оценочного средства: коллоквиум Кл; контрольная работа Ккр;

*собеседование Сб; тестирование ТС; деловая игра ДИ; ролевая игра РИ; кейс-задача КЗ; реферат Реф; эссе Э; защита лабораторные работы ЛР; портфолио Порт; круглый стол КС; дискуссия Дис; дебаты Деб; диспут Дисп; полемика Пол; разноуровневые задачи РЗ; доклад Док; сообщение Сообщ; творческое задание ТЗ; курсовая работа КР; курсовой проект КП; зачет Зач; экзамен Экз;*

### 3.3. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОП

| Код и название компетенций  | Наименование ДЕ и тем  | Часы        |                 | Уровень освоения |
|---|--|-------------|-----------------|------------------|
|   |  | Ауди-торные | Самостоятельные |                  |
| ОПК-2 способен анализировать социально-экономические задачи и процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования | ДЕ 1, Введение в математический анализ. Множество действительных чисел. Комплексные числа и действия с ними.   | 4           | 6               | 2                |
|   | ДЕ 1, Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Функция. Предел функции в точке и на бесконечности. Непрерывность функции. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные функции. | 6           | 4               | 2                |
|   | ДЕ 2, Определение производной. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференциал. Определение и свойства.   | 8           | 6               | 2                |
|   | ДЕ 2, Основные теоремы дифференцирования. Дифференциал функции. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.                | 4           | 6               | 2                |

|  |   |    |   |   |
|--|---|----|---|---|
|  | ДЕ 2, Исследование функции с помощью производной и построения ее графика.   | 4  | 6 | 2 |
|  | ДЕ 3, Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал.  | 6  | 4 | 2 |
|  | ДЕ 3, Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции в области.   | 4  | 4 | 3 |
|  | ДЕ 4, Интегрирование функций одной переменной. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования.  | 12 | 8 | 3 |
|  | ДЕ 4, Определенный интеграл. Определение и свойства. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченной функции. | 12 | 8 | 3 |
|  | ДЕ 5, Числовые ряды. Сходимость рядов. Признаки сходимости неотрицательных рядов. Знакопеременные ряды.   | 4  | 8 | 2 |
|  | ДЕ 5, Функциональные ряды. Степенные ряды.  | 4  | 8 | 2 |

|  |  |   |    |   |
|--|--|---|----|---|
|  | Разложение функций в степенные ряды.                                     |   |    |   |
|  | ДЕ 5, Тригонометрические ряды Фурье. Интеграл Фурье                      | 4 | 8  | 3 |
|  | ДЕ 6, Двойной и тройной интегралы, их свойства.                          | 4 | 10 | 3 |
|  | ДЕ 6, Криволинейные интегралы.   | 4 | 10 | 3 |
|  | ДЕ 6, Поверхностные интегралы. Векторный анализ и элементы теории поля . | 4 | 9  | 3 |

*Для характеристики уровня освоения учебного материала используются следующие обозначения:*

- 1. – ознакомительный (узнавание ранее изученных объектов, свойств);*
- 2. – репродуктивный (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством)*
- 3. – продуктивный (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач).*

### 3.4. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ФОРМЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ)

#### 3.4.1. Перечень оценочных средств

**Вопросы для подготовки к зачёту по дисциплине «Математический анализ»**

#### **Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ**

1. Множество действительных чисел.
2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Переход к пределу в неравенствах. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.
3. Функция. Способы задания функции. График функции, преобразования графиков функций.
4. Предел функции в точке по Коши и по Гейне.
5. Предел функции на бесконечности.
6. Односторонние пределы.
7. Бесконечно большие и бесконечно малые функции.
8. Свойства предела функции.
9. Непрерывность функции в точке. Основные теоремы о непрерывных функциях.
10. Точки разрыва, их классификация.
11. Определение производной. Геометрический и механический смысл производной.
12. Дифференциал. Определение и свойства. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
13. Теоремы Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа. Правило Лопиталья.
14. Множества в  $\mathbf{R}^n$ : открытые, замкнутые, ограниченные.
15. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции.
16. Частные производные. Геометрический смысл частных производных.

#### **Вопросы для проверки уровня обученности УМЕТЬ**

1. Комплексные числа и действия над ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Формула Эйлера. Корни из комплексных чисел.
2. Замечательные пределы.

3. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные функции.
4. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций.
5. Производная сложной и обратной функций.
6. Дифференцирование параметрически заданных функций и функций заданных неявно.
7. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.
8. Признаки возрастания и убывания функции. Точки экстремума функции. Необходимые и достаточные условия экстремума функции.
9. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
10. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты. Общая схема исследования функции и построения ее графика.
11. Полный дифференциал. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.
12. Дифференцирование сложной функции. Производная функции, заданной неявно.
13. Частные производные высших порядков. Формула Тейлора.
14. Производная по направлению. Градиент.
15. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции в области.

### Задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

1. Вычислить пределы:

|  |   |
|--|---|
| $a. \lim_{x \rightarrow -1} (x^3 + 5x^2 + 6x + 1)$       | $d. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x}$            |
| $б. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$     | $e. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$ |
| $в. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$ | $ж. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{8x}$                 |
| $г. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{x^2 - 1}$    | $з. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 3x - 2}{x^2 6x + 1}$    |

2. Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\pi \cdot x/2)}{x+1}$$

$$д) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{arctg}(x+2)}{(x+2)}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-6x} - 1 + 2x}{x^2}$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - 1 - 2x}{x^2}$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{x}$$

$$ж) y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{\sin x} - 1}{\sin 2x}$$

$$з) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)^2}{\sin^2(x-3)}$$

$$з) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)^2}{\sin^2(x-3)}$$

3. Найти предел функции  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{3x^2 + 5x - 8}{2x^2 + 3x - 5}$  при различных значениях  $a$ :

$-2; 1; +\infty$ .

4. Доказать, что:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7;$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6;$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = 2$$

5. Составить уравнение касательной и нормали к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$a) y = (4x - x^2)/4, x_0 = 2;$$

$$б) y = \sqrt{4 - 2x^2}, x_0 = -1;$$

$$в) y = \sqrt{\frac{4 - x^2}{2}}, x_0 = \sqrt{2}$$

6. Найти дифференциал  $dy$ .

$$a) y = \sqrt{1+2x} - \ln(x + \sqrt{1+2x});$$

$$б) y = e^x \cos x;$$

$$в) y = 5^{x^2} \arccos\left(\frac{1}{x}\right);$$

7. Вычислить приближенно с помощью дифференциала

$$y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}, x = 1,012;$$

8. Найти производную функцию по определению производной: а)

$$y = \sqrt{2x-3}; б) y = \frac{4}{3x+5}.$$

9. Найти производную

$$а) y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}};$$

$$б) y = x - \ln(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1});$$

$$в) y = \sin \sqrt{3} + \frac{1}{3} \frac{\sin^2 3x}{\cos 6x};$$

$$г) y = (\operatorname{arctg} x)^{\left(\frac{1}{2}\right)^{\ln \operatorname{arctg} x}};$$

$$д) \begin{cases} x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3} \\ y = \sin\left(\frac{t^3}{3} + t\right). \end{cases}$$

$$е) b^3 x^2 + a^3 y^2 = a^3 b^2$$

10. Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной

параметрически  $\begin{cases} x = \cos 2t \\ y = 2 \sec^2 t \end{cases};$

11. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданных отрезке

$$а) y = x^2 + \frac{16}{x} - 16, [1,4];$$

$$б) y = \sqrt{100 - x^2} \text{ на } [-6,8];$$

$$в) y = \sqrt[5]{2(x+1)^2(5-x)} - 2 \text{ на } [-3;3].$$

12. При подготовке к экзамену студент за  $t$  дней изучает  $\frac{t}{t+k}$  - ю часть

курса, а забывает  $\alpha t$  – ю часть. Сколько дней нужно затратить на подготовку,

чтобы была изучена максимальная часть курса?  $k = \frac{1}{2}$ ,  $\alpha = \frac{2}{49}$ ;

13. Провести полное исследование функции и построить графики

а)  $y = (x^3 + 4)/x^2$ ;

б)  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}}$ ;

в)  $y = 4x^3 + 9x^2 - 12x - 15$ ;

г)  $y = \frac{(12 - 3x^2)}{(x^2 + 12)}$ .

14. Найти вторые частные производные функции

а)  $u = z \cdot e^{x^2y}$

б)  $z = \ln(y + \sqrt{x^2 + y^2})$

в)  $u = x^2 \sin \sqrt{y - z}$

г)  $u = xye^z$

15. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

а)  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $x = 26,46$ ;

б)  $y = x^{11}$ ,  $x = 1,021$ ;

в)  $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$ ,  $x_0 = 4$ ;

16. Вычислить  $z = \frac{(2 - 3i)(3 + 4i) - 2(5i - 1)}{2 + i}$ , указать вещественную и

мнимую часть этого комплексного числа

17. Решите уравнения в комплексных числах:

а)  $x^2 - 4x + 8 = 0$ ;      б)  $x^2 + ix + 6 = 0$ .

18. Изобразите множество точек  $z$  комплексной плоскости, удовлетворяющих условию:  $z \cdot \bar{z} = (2 + i)^2 + \frac{17}{1 + 4i}$

19. Найдите все действительные значения  $a$ , для которых система уравнений  $\begin{cases} |z + 3ai| = 1 \\ |z - a| = 3 \end{cases}$  имеет хотя бы одно решение

### Критерии оценивания

– **оценка «зачтено»** выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание. Обязательным условием выставленной оценки является правильная речь в быстром или умеренном темпе. Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на семинарских занятиях.

– **оценка «не зачтено»** выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.

## Вопросы для подготовки к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

### Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Табличные интегралы.
3. Понятие числового ряда. Свойства сходящихся рядов.
4. Сходимость ряда. Необходимый признак сходимости ряда.
5. Свойства степенных рядов.
6. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.
7. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
8. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
9. Определенный интеграл. Определение и свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Геометрические приложения определенного интеграла.
11. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченной функции. Признаки сходимости несобственных интегралов.
12. Основные понятия математической теории поля: градиент, дивергенция, ротор.
13. Интеграл Фурье.
14. Двойной и тройной интегралы, их свойства.
15. Приложения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.
16. Соленоидальные и потенциальные векторные поля.
17. Скалярное и векторное поле.

### Вопросы для проверки уровня обученности УМЕТЬ

1. Замена переменной и интегрирование по частям.
2. Интегрирование рациональных дробей.
3. Интегрирование тригонометрических функций.
4. Интегрирование иррациональных функций.
5. Достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами (признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши).
6. Знакопередающиеся, знакопеременные ряды (признак Лейбница, общий достаточный признак сходимости).
7. Функциональные ряды. Основные понятия. Сходимость степенных рядов. Теорема Н. Абеля.
8. Разложение функции в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.
9. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
10. Тригонометрические ряды Фурье. Разложение в ряд Фурье  $2\pi$ -периодических функций.

11. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
12. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода.
13. Сведение кратного интеграла к повторному.
14. Замена переменных в кратных интегралах (полярные, цилиндрические, сферические координаты).
15. Криволинейные интегралы 1-го рода, их свойства и вычисление.
16. Криволинейные интегралы 2-го рода, их свойства и вычисление.
17. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Формулы Остроградского – Гаусса и Стокса.
18. Формула Грина, формула Гаусса – Остроградского. Формула Стокса.

### Задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

1. Найти неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$

б)  $\int \sin^4 x \cos^5 x dx$

в)  $\int (4-3x)e^{-3x} dx$

г)  $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x-4)(x-2)x} dx$

д)  $\int \frac{dx}{3 \sin x + \cos x}$

2. Вычислить определенные интегралы.

а)  $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx$

б)  $\int_0^1 \frac{(x^2 + 1) dx}{(x^3 + 3x + 1)^3}$

в)  $\int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx$

г)  $\int_0^{\sin 1} \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

д)  $\int_{-1}^0 \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\cos^2(x+1)} dx$

3. Вычислить несобственный интеграл

а) 
$$\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$$

б) 
$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}^3 x}{1+x^2} dx$$

в) 
$$\int_0^{+\infty} \frac{x^3 dx}{(x^4+1)^3}$$

д) 
$$\int_0^{+\infty} \frac{e^x dx}{(1+e^x)^2}$$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных

а)  $y = (x-2)^3, y = 4x-8.$

б)  $y^2 = 4x, x^2 = 4y.$

5. Вычислить площади фигур ограниченных линиями, заданными уравнениями

а) 
$$\begin{cases} x = 4\sqrt{2} \cos^3 t \\ y = 2\sqrt{2} \sin^3 t, \\ x = 2(x \geq 2) \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} x = 8\sqrt{2} \cos^3 t \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t \\ y = 4(y \geq 4) \end{cases}$$

6. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями, заданными уравнениями в полярных координатах

а)  $r = 4 \cos 3\varphi, r = 2(r \geq 2)$

б)  $r = \sin \varphi, r = \sqrt{2} \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) \left(\frac{-\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{4}\right)$

7. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат

а)  $y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$

б)  $y = 2 + chx, 0 \leq x \leq 1$

8. Вычислить объемы тел, ограниченных поверхностями

а)  $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1, z = y, z = 0 (y \geq 0)$

б)  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1, z = y\sqrt{3}, z = 0 (y \geq 0)$ .

9. Исследовать сходимость ряда, применяя признаки сравнения или необходимый признак сравнения:

$$\frac{1}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt[3]{10}} + \frac{1}{\sqrt[4]{10}} - \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[n+1]{10}} + \dots$$

10. С помощью признаков Даламбера или Коши исследовать сходимость

ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$ .

11. Исследовать по интегральному признаку сходимость ряда:

$$\frac{1}{2^3} + \frac{2}{3^3} + \frac{3}{4^3} + \dots$$

12. Выяснить является ряд сходящимся или расходящимся. Если ряд сходится определить, сходится он абсолютно или условно.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{3n+4}{3n-7} \right)^n.$$

13. Найти область сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-5)^n}{n \cdot 3^n}$ .

14. Разложить функцию  $\cos^2 x$  в ряд Тейлора по степеням  $x$ .

15. Вычислить интеграл  $\iint_S \sqrt{x+2y} dx dy$  по области, ограниченной

прямыми  $y=x, y=2x, x=2$ . Найти координаты центра тяжести этой области.

16. Вычислить интеграл  $\iint_S x\sqrt{1-y} dx dy$  по области  $S = \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq x^2 \end{cases}$ .

17. Изменить порядок интегрирования

а)  $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 f(x) dx$

$$b) \int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f(x) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f(x) dx$$

18. Вычислить  $\iint_D ye^{\frac{xy}{2}} dx dy$   $D: y = \ln 2, y = \ln 3, x = 2, x = 4$

19. Вычислите поверхностный интеграл  $\iint_S (3x + \frac{2}{3}z) dS$ , где  $S$ -часть

плоскости  $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ , заключенной в первом октанте.

20. Найдите поток векторного поля  $\vec{F} = (x^2 + yz)\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$  через замкнутую поверхность, образованную поверхностями:  $z = 1 - x - y; x = 0; y = 0; z = 0$

21. Вычислите, перейдя к цилиндрическим координатам  $\iiint_{\Omega} \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy dz$  где область  $\Omega$  ограничена линиями:

$$z = \frac{9}{2}\sqrt{x^2 + y^2}; \quad z = \frac{11}{2} - x^2 - y^2.$$

### Критерии оценивания

– **оценка «отлично»** выставляется студентам, успешно сдавшим экзамен, и показавшим глубокое знание теоретической части курса, умение проиллюстрировать изложение практическими приемами и расчетами, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, полно, подробно ответившим на вопросы билета и экзаменатора;

– **оценка «хорошо»** выставляется студентам, сдавшим экзамен с незначительными замечаниями, и показавшим глубокое знание теоретической части курса, умение проиллюстрировать изложение практическими приемами и расчетами, освоившим основную литературу, рекомендованную программой курса, обнаружившим стабильный характер знаний и способность к их самостоятельному восполнению и обновлению в ходе практической

деятельности, полностью ответившим на вопросы билета и вопросы экзаменатора, но допустившим при ответах незначительные ошибки, указывающие на наличие несистематичности и пробелов в знаниях;

– **оценка «удовлетворительно»** выставляется студентам, сдавшим экзамен со значительными замечаниями, показавшим знание основных положений теории при наличии существенных пробелов в деталях, испытывающим затруднения при практическом применении теории, допустившим существенные ошибки при ответах на вопросы билетов и вопросы экзаменатора, но показавшим знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для предстоящей работы;

– **оценка «неудовлетворительно»** выставляется, если студент показал существенные пробелы в знаниях основных положений теории, которые не позволяют ему приступить к практической работе без дополнительной подготовки, не ответил на вопросы билеты или членов экзаменационной комиссии.

**Комплект заданий для проведения контрольных работ по дисциплине «Математический анализ»**

**Тема «Комплексные числа».**

1. Решить уравнения

а)  $x^2 + 2x + 5 = 0$ ;

б)  $z^2 - 8iz - 15 = 0$ ;

в)  $z^3 + 8i = 0$ .

2. Найти действительные числа  $x$  и  $y$  из условия равенства двух комплексных чисел:  $5x - 2y + (x + y)i = 4 + 5i$ .

3. Выполнить действия: а)  $\frac{17 - 6i}{3 - 4i} \cdot 2i + 1$ ; б)  $\left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^{160}$ ;

4. Представить в тригонометрической и показательной формах:

а)  $z = -17, 2i$

б)  $z = -0,3 + 2,4$

5. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих условиям:

а)  $\text{Re}(z) < -1$ ; б)  $\begin{cases} \text{Re}(z) > 1; \\ |z| \leq 3 \end{cases}$  в)  $\begin{cases} |z + 3i| \leq 3; \\ \text{Re}(z) > -\text{Im}(z) \end{cases}$

6. Упростите выражение:

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^6 + \left(\frac{1}{\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}}\right)^6$$

4) 7. Даны комплексные числа:  $z_1 = 2 + i$ ,  $z_2 = 3i + 1$ ,  $z_3 = -2 - i$ . Вычислите:

5) а)  $z_1 + z_2$ ; б)  $z_1 + z_3$ ; в)  $z_1 - z_2$ ; г)  $z_2 - z_3$ ; д)  $z_1 \cdot z_2$ ; е)  $z_3 \cdot z_2$ .

**Тема «Предел и непрерывность функции одной переменной».**

1. Найти пределы:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x^3}{5x^3 + 7x}; \quad \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 - 9x + 14}; \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}\right);$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+3}{7x-1}\right)^{2x}; \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3}-3}{x^2-9}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{12x}; \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{x^2-5x};$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{5\pi^2 - 10\pi x + 5x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + 1}{4x^2 + 4\pi x + \pi^2}.$$

2. Для данной функции  $f(x)$  требуется:

- найти точки разрыва;
- найти скачок функции в каждой точке разрыва;
- сделать чертеж.

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x < 0 \\ (x + 1)^2, & 0 < x \leq 2; \\ -x + 4, & x > 2. \end{cases}; \quad f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & \text{при } x \geq 0, \\ -3x + 1, & \text{при } x < 0. \end{cases};$$

**Тема «Дифференциальное исчисление функции одной переменной».**

**Вариант 1**

1. Найти производную функцию по определению производной

$$y = -\frac{5}{3x - 4}.$$

2. Найти производные первого порядка данных функций, используя правила вычисления производных.

а)  $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x - 3}{2}$

б)  $y = \frac{(2x^2 - 1) \cdot \sqrt{1 + x^2}}{3x^3}$

в)  $y = (\sin x)^{5e^x}$

г)  $\begin{cases} y = \frac{1}{1 - 4t^2} \\ x = \arcsin 2t \end{cases}$

д)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

3. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = f(x)$  в точке, абсцисса которой равна  $x_0$   $y = \sqrt[3]{x^2} + 2x + 2$ ,  $x_0 = -1$

4. Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-6x} - 1 + 2x}{x^2}$$

5. Исследовать и построить график функции  $y = \frac{x^3}{3-x^2}$ .

### Вариант 2

1. Найти производную функцию по определению производной  $y = \sqrt{1-2x}$ .

2. Найти производные первого порядка данных функций, используя правила вычисления производных:

а)  $y = x + \frac{8}{1 + e^{x/4}}$

б)  $y = \frac{((x+3)\sqrt{2x-1})}{(2x+7)}$

в)  $y = x^{3x} \cdot 2^x$

г)  $\begin{cases} x = \arccos t \\ y = \sqrt{(1-t^2)^3} \end{cases}$

д)  $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$ .

3. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = f(x)$  в точке, абсцисса которой равна  $x_0$   $y = -\sqrt{\frac{6-x^2}{3}}$ ,  $x_0 = -\sqrt{3}$ .

4. Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{x},$$

5. Исследовать и построить график функции  $y = \frac{x^2}{x-3}$ .

### Тема «Интегрирование функции одной переменной».

а)  $\int \frac{\arctg^2 x}{1+x^2} dx$

б)  $\int (3x+4)e^{3x} dx$

$$в) \int \frac{2x^5 - 8x^3 + 3}{x^2 - 2x} dx$$

$$г) \int \sin^3 x \cos^4 x dx$$

$$д) \int \frac{dx}{3 + \sin x}$$

$$е) \int \frac{\sqrt{1 + \sqrt{x}}}{x^4 \sqrt{x^3}} dx$$

**Тема «Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных»**

1. Найти частные производные первого и второго порядка.

$$U = \operatorname{arctg} \frac{x + y}{1 - xy}$$

2. Найти полный дифференциал функции

$$Z = \cos^2 \frac{x - y}{x^2 - y}$$

3. Найти производные функции

$$Z = x^2 - xy + y^2 \text{ в точке } M(1;1) \text{ в направлении вектора } l=6i+8j$$

4. Найти  $y'$

$$x^2 + y^2 + \ln(x^2 + y^2) = a^2$$

5. Исследовать на экстремум функцию нескольких переменных.

$$Z = x^2 + (y - 1)^2$$

**Тема «Интегральное исчисление».**

1. Вычислить определенный интеграл

$$а) \int_1^{\sqrt{3}} x^2 \sqrt[3]{(3 - x^3)^2} dx \quad б) \int_0^{\ln 2} \frac{e^x - 1}{e^z + 1} dx \quad в) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^2}{\cos^4 x} dx$$

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость

$$а) \int_3^{\infty} \frac{x^2}{x^2 + 4} dx \quad б) \int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

а)  $y = x^3$ ,  $y = x^2$ ,  $x = -2$ ,  $x = 1$ ;

б)  $r = 3 - 2 \cos 4$ ,  $r = \frac{1}{2}$

4. Вычислить длину дуги кривой

а)  $\begin{cases} x = 2(r \cos t - \cos 2t) \\ y = 2(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$ ;

б)  $y = 1 - \ln \sin x$  от  $x = 0$  до  $x = \frac{\pi}{4}$ .

5. Найти объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + 5y^2$ ,  $z = 5$ .

6. Решить интегралы, результат проверить дифференцированием:

$$\int \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx; \int \frac{x-1}{x^2-4x-1} dx; \int \frac{3x-3}{4-5} dx; \int \cos^4 \frac{x}{3} dx$$

$$\int \sin \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3} dx; \int \frac{x+1}{\sqrt{4-x^2}} dx; \int (x^2+4) \cos x dx; \int \frac{3x+1}{(x+1)(x-3)x} dx.$$

### Тема «Числовые ряды».

1. Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену:

а)  $a_n = \frac{1}{(2n-1) \cdot 3^{n-1}}$ ; б)  $a_n = \frac{n}{2^n(n^n+1)}$ .

2. Установить расходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$  с помощью следствия из

необходимого признака.

3. Исследовать на сходимость ряд:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{7^n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$ .

4. Используя признак Лейбница, исследовать на сходимость ряд:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2n}{3n-1}$ ;

б)  $1 + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \dots$

5. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}.$$

6. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^{n+1}$ .

7. Разложить в ряд Тейлора – Маклорена функцию  $y = \sin 7x$ .

8. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию периода  $2\pi$ ,

заданную на отрезке  $[-\pi; \pi]$  формулами  $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{при } x \in [-\pi; 0], \\ 0 & \text{при } x \in [0; \pi]. \end{cases}$

### Тема «Кратные интегралы».

1. Вычислить интегралы

$$\text{а) } \int_0^2 dx \int_0^x 3dy$$

$$\text{б) } \iint_D y dx dy, \quad \text{где область } D \text{ ограничена линиями } y^2 = x,$$

$$y = x - 2$$

2. Изменить порядок интегрирования в интеграле  $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$

3. Вычислить тройной интеграл  $\iiint_V \frac{dx dy dz}{(1+z+y+z)^3}$ , где  $V$  ограничена

плоскостями  $x=0, y=0, z=0, x+y+z=1$ ;

4. Переходя к цилиндрическим или сферическим координатам вычислить интегралы  $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ , где область  $V$  ограничена поверхностью

$$2z = x^2 + y^2, z = 2$$

в) переходя к сферическим координатам, вычислить интеграл  $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ , где область шара  $V$   $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$

### Тема «Криволинейные и поверхностные интегралы».

1. Вычислить  $\int_L \frac{y^2}{x^2} dl$ , где L дуга параболы  $y^2 = 2x$ , заключенная

между точками  $(1; \sqrt{2})$  и  $(2; 2)$

2. Вычислить  $\int_L (4y + 4)dx + (3x + 3y + 4)dy$ , где L контур треугольника

$x=0, y=0, 2x+3y=6$  и результат проверить при помощи формулы Грина

3. Вычислить  $\int_{(1,1)}^{4,9} (3x^2 - 3y^2 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{y}{x^3}})dx + (-6y + \frac{1}{2\sqrt{xy}})dy$

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода  $\int_S x^2 dS$ , где S

боковая поверхность конуса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = \frac{z^2}{c^2}, 0 \leq z \leq h$

6. Вычислить поверхностный интеграл второго рода  $\iint_{\delta} y^2 dx dz$ , где  $\delta$  -

внутренняя сторона полусферы  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, y=0$

### Тема «Элементы теории поля».

1. Вычислить работу силового поля  $\vec{a} = y\vec{i} - (y + x^2)\vec{j}$  вдоль дуги параболы  $y = 2x - x^2$  от точки  $M(0;0)$  до точки  $N(2;0)$ .

2. Найти циркуляцию вектора  $\vec{a} = y^2 \cdot \vec{i} - x^2 \cdot \vec{j} + z^2 \cdot \vec{k}$  вдоль контура ABCA, получаемого при пересечении параболоида  $x^2 + z^2 = 1 - y$  с координатными плоскостями (рис.9). Решить задачу с помощью непосредственного вычисления циркуляции и с помощью формулы Стокса.

3. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a} = 3x \cdot \vec{i} - 2z \cdot \vec{j} + y \cdot \vec{k}$  через внешнюю сторону поверхности пирамиды, ограниченной плоскостью  $x + 2y + 3z = 6$  и координатными плоскостями: 1) непосредственно; 2) с помощью теоремы Остроградского-Гаусса.

4. Вычислить работу силового поля  $\vec{a} = y\vec{i} - (y + x^2)\vec{j}$  вдоль дуги параболы  $y = 2x - x^2$  от точки  $M(0;0)$  до точки  $N(2;0)$ .

5. Найти циркуляцию вектора  $\vec{a} = y^2 \cdot \vec{i} - x^2 \cdot \vec{j} + z^2 \cdot \vec{k}$  вдоль контура ABCA, получаемого при пересечении параболоида  $x^2 + z^2 = 1 - y$  с

координатными плоскостями. Решить задачу с помощью непосредственного вычисления циркуляции и с помощью формулы Стокса.

**Критерии оценки:**

- оценка «**отлично**» выставляется студенту, если он правильно решает более чем на 90% заданий.

- оценка «**хорошо**» выставляется студенту, если он правильно решает от 75% и до 90% заданий;

- оценка «**удовлетворительно**» выставляется студенту, если он правильно решает от 60% и до 74% заданий;

- оценка «**неудовлетворительно**» выставляется студенту, если он правильно решает менее чем на 60% заданий.

**Комплект заданий для проведения тестирования по дисциплине  
«Математический анализ»**

**Тема Последовательности. Функции**

**Задание 1.** Пусть существуют пределы:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ , тогда

справедливо утверждение:

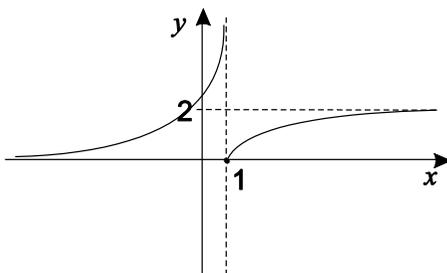
1.  $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

2.  $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) / g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) / \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

3.  $\lim_{x \rightarrow a} (f(x)g(x)) = g(a)\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

4.  $\lim_{x \rightarrow a} (kg(x)) = kg(a)$

**Задание 2.** Функция  $f(x)$  задана графиком:



Верно утверждение:

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

2.  $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 0$

3.  $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = 0$

4.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

**Задание 3.** Функцию  $f(x)$  является бесконечно малой в нуле, если:

1.  $f(x) = x^2 - 7x$

2.  $f(x) = 4x^3 - 8$

3.  $f(x) = x \sin x$

4.  $f(x) = x \cos x$ .

**Задание 4.** Функция  $f(x)$  является бесконечно большой при  $x = 2$ , если:

1.  $f(x) = \frac{2}{x+2}$

2.  $f(x) = \frac{3}{x-2}$

3.  $f(x) = \operatorname{ctg}(x-2)$

4.  $f(x) = \frac{x+3}{x^2-2x}$ .

**Задание 5.** Предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{x-3}$  равен:

1. 0                      2.  $\infty$                       3.  $-\infty$                       4.  $+\infty$

**Задание 6.** Предел  $\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - 3x)$  равен:

1. -1                      2. 9                      3. 0                      4.  $\infty$

**Задание 7.** Предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 5x + 6} \right)$  равен:

1. 2                      2. 3                      3. -2                      4. -3

**Задание 8.** Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 - 3x^3 + 4}{3x^5 + 2x^4 + 1}$  равен:

1. 2                      2. -2                      3. -1                      4. 4.

**Задание 9.** Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin 3x}{\sin 2x}$  равен:

1. 3                      2. -3                      3. 6                      4. 0.

**Задание 10.** Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+6x}-1}{x}$  равен:

1. 2                      2. -2                      3. -1                      4. 3.

**Задание 11.** Справедливо утверждение:

1. Если последовательности  $x_n$  и  $y_n$  монотонны и неограничены, то последовательность  $x_n + y_n$  неограничена.

2. Если последовательности  $x_n$  и  $y_n$  монотонны и  $y_n \neq 0$ , то последовательность  $\frac{x_n}{y_n}$  монотонна.

3. Всякая строго возрастающая последовательность целых чисел имеет член, больший 10.

4. Если  $\{x_n\}$  и  $\{y_n\}$  – возрастающие последовательности отрицательных чисел, то последовательность  $\{x_n y_n\}$  убывает.

**Задание 12.** Значение  $a$ , при котором  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + a}}{ax + 1} = -1$  равно:

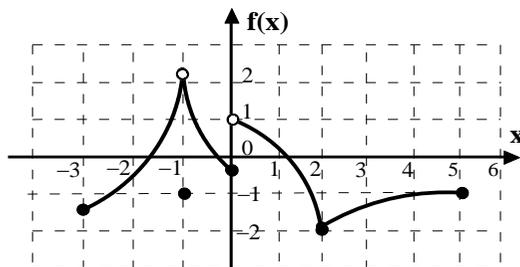
1. 1.
2. -1
3. 2.
4.  $\frac{1}{2}$ .

**Задание 12.** Дана функция  $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-4}$ . Справедливо утверждение:

1. Функция  $f(x)$  непрерывна в каждой точке области определения.
2. Функция  $f(x)$  имеет ровно две точки разрыва.
3. Функция  $f(x)$  имеет точку устранимого разрыва.
4. Функция  $f(x)$  ограничена на промежутке  $[-1; 1]$ .

### Тема Дифференциальное исчисление функции одной переменной

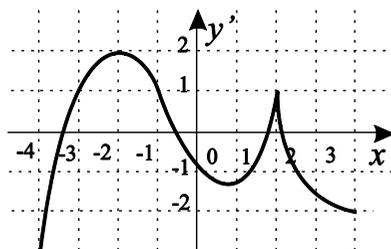
**Задание 1.** Функция  $f(x)$  задана на отрезке  $[-3; 5]$  графиком:



Верно утверждение:

1. уравнение  $f(x) = -1$  имеет четыре корня
2. при любом значении  $x$  выполняется неравенство  $f(x) < 2$
3. на отрезке  $[-3; -1]$  функция  $f(x)$  возрастает
4. множеством значений функции  $f(x)$  является отрезок  $[-2; 2]$

**Задание 2.** Производная  $y'$  функции  $y = f(x)$  задана на отрезке  $[-4; 4]$  графиком:



Верно утверждение:

1. На интервале  $(-4;0)$  имеется только одна точка экстремума функции  $f(x)$
2. на отрезке  $[-2;-1]$  функция  $f(x)$  возрастает
3. На интервале  $(-3;-1)$  функция  $f(x)$  имеет точку перегиба
4. На интервале  $(-1;0)$  функция  $f(x)$  выпукла вверх
5. на отрезке  $[-1;1.2]$  функция  $f(x)$  имеет локальный минимум
6. при любом значении  $x$  выполняется неравенство  $f(x) \leq 2$
7. На интервале  $(-3;-1)$  функция  $f(x)$  имеет экстремум
8. На интервале  $(-3;3)$  функция  $f(x)$  дважды дифференцируема

**Задание 3.** Функция  $f(x)$  не имеет точек перегиба, если:

1.  $f(x) = 3x^4 - 5x^2$
2.  $f(x) = 7x^5 + 8x^3$
3.  $f(x) = \sin x$
4.  $f(x) = x^4 + 2x^2$ .

**Задание 4.** Производная функции  $4x^3 + 2x^2 - 1$  равна:

1.  $12x^2 - 1$ ;
2.  $4x^2 + 4x$ ;
3.  $12x^2 + 4x - 1$ ;
4.  $12x^2 + 4x$

**Задание 5.** Производная функции  $5x^3 \sin x$  равна:

1.  $15x^2 \cos x$
2.  $15x^2 \sin x + 5x^3 \cos x$
3.  $15x^2 + \cos x$

4.  $5x^2 \sin x + 15x^2 \cos x$

**Задание 6.** Производная функции  $\sin^3(7x)$  равна:

1.  $21x \sin^2 x \cos(7x)$

2.  $21x \sin^2 x \cos x$

3.  $3x \sin(7x) \cos x$

4.  $21x \sin^2(7x) \cos(7x)$

**Задание 7.** Производная функции  $4x^3 - 2x$  в точке  $x = -1$  равна:

1. 2

2. - 2

3. 10

4. 12.

**Задание 8.** Дифференциал функции  $3x^3 + 2x$  в точке  $x = -2$  равна:

1. -38

2. - 38 $\Delta x$

3. -28

4. -28 $\Delta x$ .

**Задание 9.** Уравнение асимптоты при  $x \rightarrow \infty$  к графику функции

$\frac{6x^2 - 5x}{2x - 1}$  имеет вид:

1.  $3x + 4$

2.  $3x$

3.  $6x - 4$

4.  $3x - 1$ .

**Задание 10.** Точка перегиба функции  $4x^3 - 3x^2$  есть:

1.  $x = 0$

2.  $x = 1/4$

3.  $x = 3/4$

4.  $x = 1/2$ .

**Задание 11.** Область возрастания функции  $2x^2 - 16x + 5$  есть:

1.  $x < 4$

2.  $x > 4$

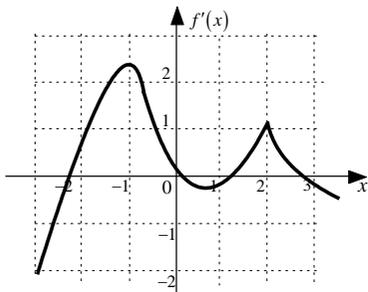
3.  $x = 4$

4.  $x$  - любое.

**Задание 12.** Область убывания функции  $f(x) = 3x^2 - 18x$  есть:

1.  $x < 3$
2.  $x > 3$
3.  $x = 3$
4.  $x$  – любое.

**Задание 13.** Дан график производной  $f'(x)$  некоторой функции  $f(x)$ :



Справедливо утверждение:

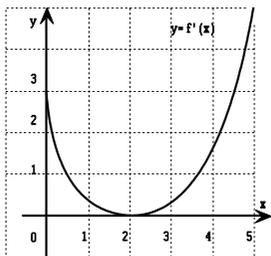
1. на промежутке  $(-1; 0)$  функция  $f(x)$  возрастает
2. на промежутке  $(-2; 0)$  график функции  $f(x)$  имеет точку перегиба
3. в точке  $-1$  функция  $f(x)$  имеет максимум
4. на промежутке  $(2; 3)$  функция  $f(x)$  убывает

**Задание 14.** Функции  $f(x)$  и  $g(x)$  определены и дифференцируемы на всей числовой оси. Известно, что  $f(1) = 0$ ,  $f'(2) = 3$ ,  $g(1) = 2$ ,  $g'(1) = 2$ .

Тогда производная функции  $f(g(x))$  в точке  $1$  равна

1. 1
2. 2
3. 3
4. 6

**Задание 15.** Дан график производной  $f'(x)$  некоторой функции  $f(x)$ , заданной на промежутке  $[0; 5]$ .



Справедливо утверждение:

1. Функция  $f(x)$  выпукла вниз.
2. Функция  $f(x)$  строго возрастает.
3. Функция  $f(x)$  не имеет корней.
4. График функции  $f(x)$  имеет точку перегиба.

**Задание 16.** Функция  $f(x)$  определена на промежутке  $(0; 2)$ .

Справедливо утверждение:

1. Если  $f(x)$  строго возрастает на промежутке  $(0; 1)$  и строго убывает на промежутке  $(1; 2)$ , то 1 является точкой максимума этой функции.

2. Если функция  $f(x)$  дифференцируема при всех  $x \neq 1$ , причем  $f'(x) < 0$  при  $0 < x < 1$  и  $f'(x) > 0$  при  $1 < x < 2$ , то 1 является точкой минимума функции  $f(x)$ .

3. Если  $f(x)$  непрерывна на промежутке  $(0; 2)$ , строго убывает на промежутке  $(0; 1)$  и строго возрастает на промежутке  $(1; 2)$ , то 1 является точкой минимума этой функции.

4. Если функция  $f(x)$  дифференцируема при всех  $x \neq 1$  и имеет положительную вторую производную при всех  $x \neq 1$ , то 1 является точкой минимума функции  $f(x)$ .

### Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он правильно отвечает более чем на 90% заданий.
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно отвечает от 75% и до 90% заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он правильно отвечает от 60% и до 74% заданий;

- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он правильно отвечает менее чем на 60% заданий.

## Вопросы для коллоквиумов, собеседования

### Раздел Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

1. Множества в  $R^n$  : открытые, замкнутые, ограниченные.
2. Функции нескольких переменных.
3. Предел и непрерывность функции.
4. Частные производные.
5. Полный дифференциал.
6. Дифференцирование сложной функции.
7. Производная функции, заданной неявно.
8. Частные производные высших порядков.
9. Формула Тейлора.
10. Производная по направлению. Градиент.
11. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.
12. Экстремумы функций двух переменных.
13. Необходимое и достаточное условия экстремума.
14. Наибольшее и наименьшее значения функции в области.

### Раздел Ряды

1. Числовые ряды.
2. Сходимость рядов. Необходимый признак сходимости.
3. Признаки сходимости неотрицательных рядов.
4. Знакопеременные ряды.
5. Абсолютная и условная сходимости.
6. Признак Лейбница.
7. Основные свойства рядов.
8. Функциональные ряды.
9. Степенные ряды и область сходимости.
10. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов.
11. Разложение функций в степенные ряды.
12. Тригонометрические ряды.
13. Разложение в ряд Фурье  $2\pi$  - периодических функций.
14. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
15. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода.
16. Комплексная форма ряда Фурье. Интеграл Фурье.

### Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он свободно владеет учебным материалом в рамках курса, способен воспроизвести схему доказательства основных фактов и алгоритм решения основных задач.

- оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он освоил базовую теоретическую часть курса и/или способен решать стандартные практические задачи, без проведения полного доказательства либо дополнительного анализа.

- оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, если он способен воспроизвести не менее 50% учебного материала, имеет общее представление об алгоритмических аспектах решения задач, но не способен применить теоретические знания к решению задач.

- оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, если не владеет терминологией, не способен применить определения и формулы для решения задач.